

А.С.Дюсембекова, Ж.Т.Исмаилов

Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова
(E-mail: araikalim@mail.ru)

Улучшение динамических свойств следящих систем при помощи апериодических обратных связей

В статье описывается следящая система, для стабилизации работы которой используется принцип охвата отрицательной обратной связью. Рассматривается улучшение динамических свойств следящей системы путем введения апериодических обратных связей. Определены параметры апериодической обратной связи, способствующие тому, чтобы исследуемая система работала с заранее заданной погрешностью. Приводятся данные по влиянию обратных связей на устойчивость автоматических систем.

Ключевые слова: следящая система, обратная связь, устойчивость, апериодическая обратная связь, автоматическое регулирование, динамические свойства.

Как известно, особенностью следящих систем, обычно предназначенных для отслеживания механических перемещений, является высокая точность передачи сигнала по цепи обратной связи. Если внутренняя структура неустойчивого объекта управления известна, то, чтобы сделать объект управления устойчивым, с сохранением всех его требуемых технологией функций, приходится применять стабилизацию объекта путем охвата его обратной связью. Недостаток такого технического решения состоит в том, что при нештатной ситуации, например при разрыве обратной связи, объект потеряет устойчивость, что может привести к значительным экономическим и даже более серьезным потерям. Поэтому при стабилизации объекта охватом его обратной связью следует особо позаботиться о надежности функционирования этой связи. При этом в установившемся режиме желательно, чтобы выходная величина $X_{\text{вых}}$ с очень малой погрешностью совпадала с входной величиной $X_{\text{вх}}$. Вследствие этого цепь обратной связи должна производить передачу сигнала ко входу, например, на элемент сравнения, как можно с меньшим искажением [1].

Допустим, что в следящей системе вместо внешней жесткой обратной связи применена апериодическая обратная связь с передаточной функцией

$$W_{oc}(p) = \frac{k_{oc}}{1 + T_{oc}p}. \quad (1)$$

Структурная схема подобной системы приведена на рисунке 1. Передаточная функция замкнутой следящей системы при наличии апериодической обратной связи имеет вид

$$\Phi(p) = \frac{X_{\text{вых}}}{X_{\text{вх}}} = \frac{W_o(p)}{1 + W_o(p)W_{oc}(p)}, \quad (2)$$

где $W_o(p)$ — передаточная функция прямого канала или разомкнутой системы регулирования без обратной связи [2].

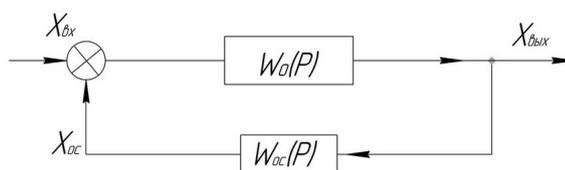


Рисунок 1. Структурная схема следящей системы с апериодической обратной связью

Передаточная функция разомкнутой системы с апериодической обратной связью равна

$$W_{o1}(p) = W_o(p)W_{oc}(p). \quad (3)$$

Умножение вектора $W_o(j\omega)$ на вектор $W_{oc}(j\omega)$ вызовет, как видно из рисунка 2, поворот каждого вектора $W_{o1}(j\omega)$ по отношению к вектору $W_o(j\omega)$ на некоторый векторный угол β по направ-

лению часовой стрелки. Если k_{oc} выбран меньше единицы, то векторы $W_o(j\omega)$ не только поворачиваются, но и уменьшаются по модулю, кривая 1 займет новое положение 2 и система окажется устойчивой. При $k_{oc} > 1$ векторы $W_o(j\omega)$ увеличатся по модулю, кривая 1 займет положение кривой 3, что само по себе нежелательно.

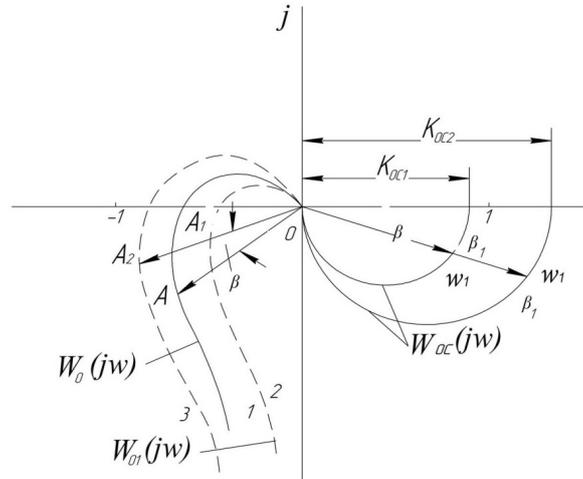


Рисунок 2. Годограф следящей системы

Отсюда следует, что из соображений устойчивости следящей системы принимать $k_{oc} > 1$ нецелесообразно.

Выясним влияние апериодической обратной связи на качество следящих систем. Из (2) нетрудно найти выражение для погрешности следящей системы:

$$X_0 - X_n = e = \frac{[1 + W_o(p)W_{oc}(p) - W_o(p)]}{1 + W_o(p)W_{oc}(p)} X_0, \quad (4)$$

где

$$W_o(p) = \frac{R(p)}{Q(p)}. \quad (5)$$

Здесь Q и R — операторные многочлены, причем степень многочлена R для всех реальных систем обычно ниже степени многочлена Q . Для следящих систем с астатизмом первого порядка

$$\begin{aligned} Q(p) &= a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n p, \\ R(p) &= b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + b_2 p^{m-2} + \dots + b_m. \end{aligned} \quad (6)$$

Подставим в выражение (4) значения $W_o(p)$ и $W_{oc}(p)$:

$$e = \frac{p(a_0 p^{n-1} + a_1 p^{n-2} + \dots + a_n)(1 + T_{oc} p)(b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m)(k_{oc} - 1 - T_{oc} p)}{p(a_0 p^{n-1} + a_1 p^{n-2} + \dots + a_n)(1 + T_{oc} p) + k_{oc}(b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m)} X_0. \quad (7)$$

При применении обычной жесткой обратной связи

$$e = \frac{p(a_0 p^{n-1} + a_1 p^{n-2} + \dots + a_n) + (b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m)}{p(a_0 p^{n-1} + a_1 p^{n-2} + \dots + a_n) + (b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m)}. \quad (8)$$

При $\omega_0 = p x_0 = const$ из (7) находим погрешность следящей системы по скорости:

$$e_{ck} = \frac{\omega_0(a_n - b_m T_{oc}) + b_m(k_{oc} - 1)}{k_{oc} b_m}. \quad (9)$$

В следящих системах, у которых угол отработки равен задающему углу, k_{oc} всегда равен единице:

$$e_{ck} = \frac{\omega_0(a_n - b_m T_{oc})}{b_m}. \quad (10)$$

Выражение (10) показывает, что при использовании аperiodической внешней обратной связи погрешность по скорости уменьшится, а при $T_{oc} = \frac{a_n}{b_m}$ обращается в нуль.

Выясним влияние аperiodической обратной связи на величину установившейся погрешности при гармоническом возмущении на ее входе.

Из (4) найдем выражение для относительной установившейся погрешности системы при гармоническом возмущении [3]:

$$\frac{e}{X_0} = \delta = \frac{[1 + W_0(j\omega)W_{oc}(j\omega) - W_0(j\omega)]}{1 + W_0(j\omega)W_{oc}(j\omega)} X_0 = \frac{Y_0(j\omega) + W_{oc}(j\omega) - 1}{Y_0(j\omega) + W_{oc}(j\omega)} X_0, \quad (11)$$

где

$$Y_0(j\omega) = \frac{1}{W_0(j\omega)}; \quad |\delta| = \frac{|DE|}{|OD|}, \quad (12)$$

так как $DE = Y_0(j\omega_i) + W_{oc}(j\omega_i) - 1$, $OD = Y_0(j\omega_i) + W_{oc}(j\omega_i)$.

На рисунке 3 изображена обратная амплитудно-фазовая характеристика следящей системы (кривая I) и амплитудно-фазовая характеристика аperiodической обратной связи (кривая II).

Модуль установившейся относительной погрешности при некоторой частоте ω_i равен отношению модулей векторов DE и OD (рис. 3).

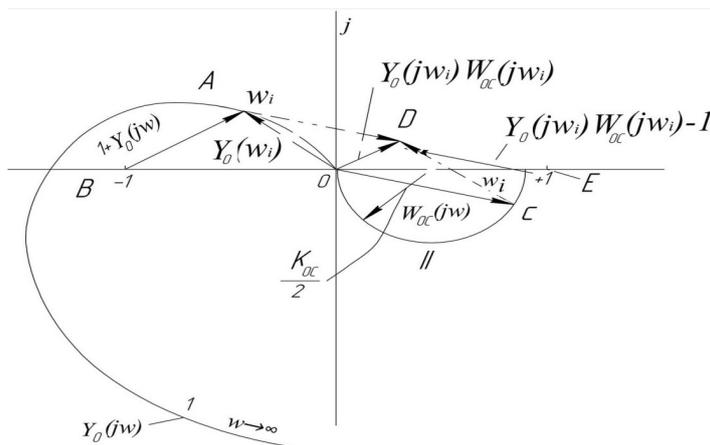


Рисунок 3. Амплитудно-фазовая характеристика следящей системы

При жесткой внешней обратной связи $W_{oc}(j\omega) = k_{oc} = 1$ и модуль относительной установившейся погрешности равен

$$|\delta| = \frac{OA}{AB}. \quad (13)$$

Из рисунка 3 видно, что длина вектора OA при $\omega_i \neq 0$ всегда больше нуля. Длина вектора DE при некотором соотношении параметров аperiodической обратной связи может быть меньше OA и даже сведена до нуля. Действительно, если направление вектора OD совпадает с вещественной осью, а его величина равна единице, то $|DE| = 0$ и $|\delta| = 0$.

Таким образом, при заданной величине $|\delta|$ и известной величине $Y_0(j\omega)$ для определенной рабочей частоты, пользуясь графическим построением, можно так подобрать параметры аperiodической обратной связи, чтобы отношение векторов DE и OD было равно $|\delta|$, т.е. чтобы исследуемая система работала с заданной погрешностью.

Фазовая установившаяся погрешность при гармоническом возмущении с частотой ω_i в случае жесткой внешней обратной связи будет равна углу ABO (рис. 3), а при аperiodической обратной связи определится из выражения (2):

$$\Phi(j\omega_i) = \frac{1}{Y_o(j\omega_i) + W_{oc}(j\omega_i)}. \quad (14)$$

Из рисунка 3 видно, что $\Phi(j\omega_i) = \frac{1}{OD}$, поэтому фазовая погрешность для последнего случая будет определяться величиной угла между вектором OD и положительным направлением вещественной оси — углом DOE (рис. 3) и при помощи выбора параметров аperiodической обратной связи может быть уменьшена или сведена к нулю.

При равенстве нулю установившейся погрешности системы фазовая погрешность тоже будет равна нулю, так как при этом вектор OD совпадает с положительным направлением вещественной оси.

Список литературы

- 1 Мировский Л.А. Моделирование линейных систем: Учеб. пособие. — СПб.: Санкт-Петербургский гос. ун-т аэрокосмического приборостроения, 2009. — 244 с.
- 2 Федоров В.Л., Бубнов А.В. Теория автоматического управления: Учеб. пособие. — Омск: Изд-во ОмГТУ, 2010. — 116 с.
- 3 Никулин Е.А. Основы теории автоматического управления: Частотные методы анализа и синтеза систем. — СПб.: БХВ-Петербург, 2004. — 640 с.

А.С.Дюсембекова, Ж.Т.Исмаилов

Апериодтық кері байланысты пайдаланып қадағалау жүйесінің динамикалық қасиеттерін арттыру

Мақалада жұмысын тұрақтандыруға, теріс кері байланыспен қамтылған принципті пайдаланатын қадағалау жүйесі сипатталды. Қадағалау жүйесінің динамикалық қасиеттерін аperiodтық кері байланысты енгізу арқылы жоғарлату жолдары қарастырылды. Зерттелетін жүйе алдын ала берілген қателік диапазонында жұмыс жасау үшін аperiodтық кері байланыстың параметрлері анықталды. Автоматты жүйелердің тұрақтылығына әсер етуші кері байланыстың көрсеткіштері келтірілді.

A.S.Dyussebekova, Zh.T.Ismailov

Improvement of dynamic properties of follow-up system using aperiodic feedback

The article describes the tracking system to stabilize the work which covered by negative feedback. It is considered, the improvement of the dynamic properties of the tracking system by introducing aperiodic feedback. It's identified parameters of aperiodic feedback, which promoted researching system worked with a pre-determined error. It's given data of the effect of feedback on the stability of automatic systems.

References

- 1 Mironovski L.A. *Modelling of liner systems*: Textbook, Saint Petersburg: Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, 2009, 244 p.
- 2 Fedorov V.L., Bubnov A.V. *Theory of automatic control*: Textbook, Omsk: ОмГТУ Publ., 2010, 116 p.
- 3 Nikulin E.A. *Fundamentals of theory of automatic control: Frequency methods of analysis and synthesis systems*, Saint Petersburg: BHV–Petersburg, 2004, 640 p.