

Д.М.Сергеев^{1,2}, И.Н.Балмухан²¹Военный институт Сил воздушной обороны, Актюбе;²Актюбинский региональный государственный университет им. К. Жубанова
(E-mail: serdau@rambler.ru)**О расчете вольт-амперной характеристики сверхпроводящего туннельного перехода на основе матрицы рассеяния при относительной высоте барьера $h_b = 3$**

В рамках теории квантовых транспортных явлений с применением метода матрицы рассеяния рассчитаны вольт-амперные характеристики и $dI(V)/dV$ -спектры дифференциальной проводимости сверхпроводящих туннельных переходов при относительной высоте барьера $h_b = 3$. Показана эволюция транспортных характеристик джозефсоновского перехода с изменением сверхпроводящей щели (параметра порядка) от $0,1 \div 1$ усл. ед. В рассматриваемом случае влияние температуры на переход модельно изучено варьированием значения параметра порядка массивного сверхпроводника в диапазоне $0,1 \div 1$ усл. ед., так как относительная прозрачность барьера перехода постоянная ($D = 0,1$).

Ключевые слова: сверхпроводимость, туннельный переход, эффект Джозефсона, вольт-амперная характеристика, спектры динамической проводимости, высота барьера.

Введение

В настоящее время для создания и реализации сверхчувствительных приемных устройств миллиметрового и субмиллиметрового диапазона длин волн интенсивно используются и исследуются джозефсоновские туннельные переходы, состоящие из чередования сверхпроводящего материала и тонкого слоя диэлектрика ~ 2 нм (superconductor — insulator — superconductor (SIS)) [1–3]. Высокая нелинейность электрических характеристик таких SIS-переходов относительно других типов сверхпроводящих слабых связей (например, переходов с непосредственной проводимостью, точечных контактов, мостиковых структур и др. [4, 5]) позволила создать приемные устройства, предельная чувствительность которых ограничена квантовым пределом [1].

Обычно вольт-амперные характеристики (ВАХ) таких SIS-переходов рассчитываются наиболее простыми способами, например, рассмотрением джозефсоновской структуры как эквивалентного электрического колебательного контура с учетом туннелирующего джозефсоновского тока [4]. Также легче рассчитать ВАХ идеальных туннельных переходов с нулевой прозрачностью барьера $D = 0$. Для расчетов подобных характеристик идеальных туннельных переходов на основе низкотемпературных сверхпроводников успешно применяется микроскопическая теория сверхпроводимости Бардина–Купера–Шриффера (БКШ) (рис. 1) (см., напр., [6]), а также приближенный расчет ВАХ можно произвести, применяя квазичастичную функцию Крамерса–Кронинга (рис. 2) [3] либо используя кусочно-линейную аппроксимацию [7].

Особый интерес представляет случай, когда прозрачность барьера принимает околонулевое значение, но $D \neq 0$. Прозрачность барьера определяется следующим выражением:

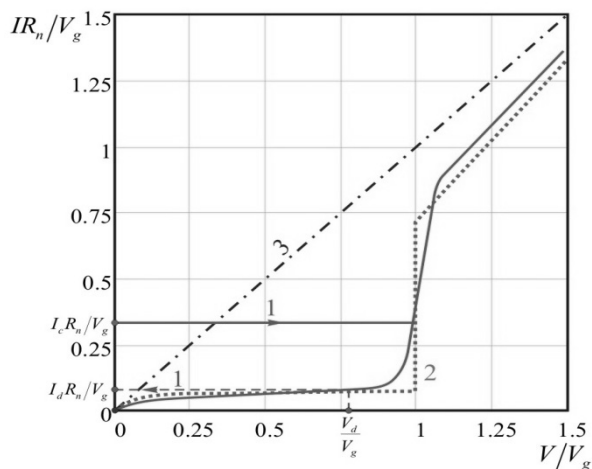
$$D(h_b) = |T|^2 = \left| \frac{1}{1 + j \cdot h_b} \right|^2, \quad (1)$$

где $j = \sqrt{-1}$ — мнимая единица; h_b — высота барьера.

На рисунке 3 представлена зависимость функции $T(h_b) = \frac{1}{1 + j \cdot h_b}$, определяющая прозрачность барьера $D(h_b) = |T|^2 = \text{Re}[T(h_b)]$. При значении высоты барьера $h_b = 3$ прозрачность принимает значение $D = 0,1$, соответственно вещественная часть функции $\text{Re}[T(3)] = D(3) = 0,1$, а мнимая часть функции $\text{Im}[T(3)] = -0,3$ (рис. 3).

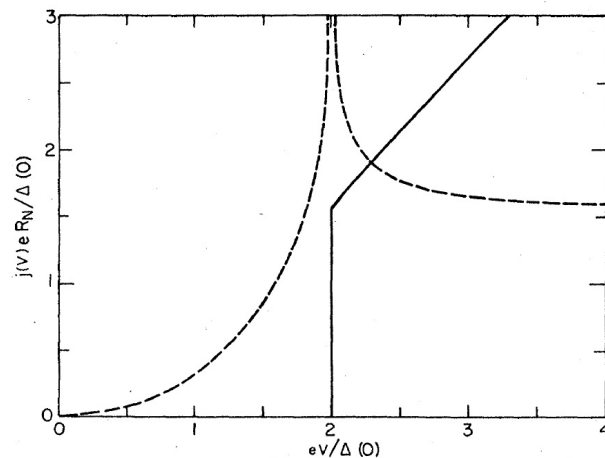
В рассматриваемом случае вероятность наблюдения андреевского отражения мала, и в основном работает туннельный механизм транспорта квазичастиц.

В данной работе показан расчет вольт-амперной характеристики и ее производных (дифференциальная проводимость) сверхпроводящего туннельного перехода на основе матрицы рассеяния при относительной высоте барьера $h_b = 3$ (прозрачность $D = 0,1$).



1 — типичная ВАХ SIS-перехода;
2 — рассчитанная в рамках теории БКШ для идеального SIS-перехода; 3 — омическая зависимость $I = V/R_n$ (для сравнения)

Рисунок 1. ВАХ сверхпроводящего туннельного перехода



Сплошная линия — вещественная часть; пунктирная линия — мнимая часть квазиэвентуальной функции Крамерса-Кронинга [3]

Рисунок 2. ВАХ идеального туннельного SIS перехода по Крамерс-Кронингу

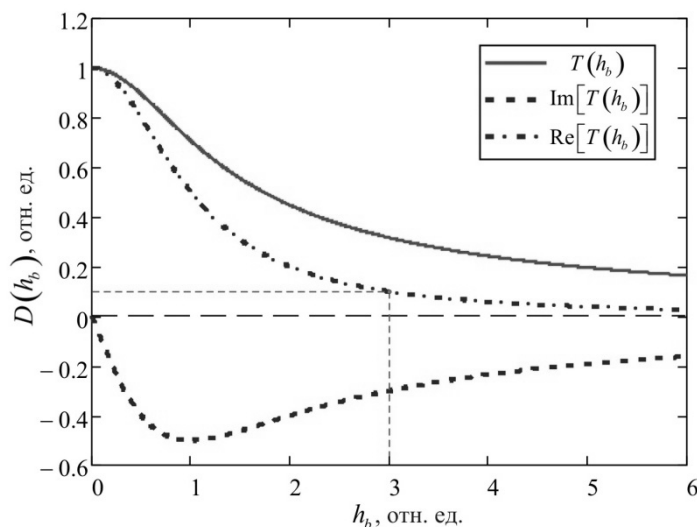


Рисунок 3. Зависимость прозрачности барьера от высоты барьера

Основные уравнения

В известных работах Ландауэра-Бьюттикера (Landauer-Buttiker) [8–11] предложен подход по определению транспортных свойств мезоскопических объектов. Основа подхода состоит в том, что процесс протекания тока рассматривается как процесс рассеяния. Мезоскопический образец соединен с макроскопическими контактами, выполняющими роль электронных резервуаров. Известно, что при низких температурах квазиэвентуа, двигаясь из одного резервуара в другой, при этом сохраняет фазовую когерентность. Сохранение фазовой когерентности позволяет описать взаимодействие квазиэвентуа с образцом с помощью эффективного потенциала. Квазиэвентуа, рассеиваясь на эффективном потенциале, либо отражается в первый резервуар (резервуар, из которого она пришла), либо проходит в другой резервуар, в результате вносит вклад в ток. В рамках подхода Ландауэра-Бьюттикера центральным объектом, характеризующим транспортные свойства образца, является его

матрица рассеяния, представляющая матрицу величин, описывающих процессы перехода квантово-механических систем из одних состояний в другие при их взаимодействии (рассеянии) [12].

В работе [13] для расчета ВАХ контактов с непосредственной проводимостью типа сверхпроводник (S) — нормальный металл (N) — сверхпроводник, в котором перенос сверхпроводящих пар электронов через потенциальный барьер между двумя сверхпроводниками происходит благодаря когерентному процессу многократных андреевских отражений (MAR — multiple Andreev reflections) [14], применялась матрица рассеяния для электроноподобных S_{el} и дырочноподобных S_h квазичастиц следующего типа [15]:

$$S_{el} = \begin{pmatrix} r & T \\ T & -r^* T/T^* \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$S_h = S_{el}^*, \quad (3)$$

где $|r|^2 = R$ — вероятность отражения.

Джозефсоновский ток можно выразить через амплитуду андреевского отражения электронной квазичастицы и получить в андреевском приближении выражения для определения ВАХ:

$$I_k = \frac{e}{\pi\hbar} \left[eV\delta_{k0} - \int d\varepsilon \tanh\left\{\frac{\varepsilon}{2T}\right\} (J(\varepsilon)(a_{2k}A_k^* + a_{-2k}A_{-k})) + \sum_n (1 + a_{2k}a_{2(n+k)}^*) (A_n A_{n+k}^* - B_n B_{n+k}^*) \right], \quad (4)$$

где e — заряд электрона; \hbar — постоянная Планка; V — напряжение; ε — энергия квазичастицы; $J = \sqrt{1 - |a|^2}$, a — коэффициент андреевского отражения; A, B — амплитуды вероятностей андреевски и нормально отраженных квазичастиц.

Расчет ВАХ производился на основе формулы (4). Программа для вычисления ВАХ разработана в среде Wolfram Mathematica. Следует отметить, что расчет одной кривой ВАХ производился в течение 4–6 часов при использовании четырехъядерного процессора Intel(R) Core(TM) i5-3450 (3,10 GHz). Дифференцирование ВАХ осуществлялось с помощью программы Mathcad путем импортирования данных численного расчета ВАХ. Для максимального предотвращения «ложных пиков» на $dI(V)/dV$ -спектрах дифференциальной проводимости, формирующихся от цифрового шума компьютера, при вычислении ВАХ увеличили количество расчетных точек до 1200÷1400.

Для учета влияния температуры на ВАХ рассматриваемого перехода использовали известную зависимость ширины энергетической щели от температуры из теории БКШ [16]:

$$\Delta_0 = 3,2k_B T_c \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{1/2}, \quad (5)$$

где k_B — постоянная Больцмана; T_c — критическая температура; T — текущая температура образца. Таким образом, в рассматриваемом случае влияние температуры на ВАХ и на спектры динамической проводимости изучено варьированием значения параметра порядка массивного сверхпроводника в диапазоне 0,1÷1 усл. ед. (например, параметр порядка примет значение $\Delta = 1$, когда $T \rightarrow 0$ К и ослабляется при температуре $T \rightarrow T_c$).

Результаты расчетов ВАХ и дифференциальной проводимости сверхпроводящего туннельного перехода на основе матрицы рассеяния при относительной высоте барьера $h_b = 3$ приведены на рисунках 4, 5, соответственно.

Результаты и обсуждения

Известно, что ВАХ туннельных структур при нулевой прозрачности барьера $D = 0$ имеет вертикальные участки из-за обнуления значения тока при щелевом напряжении $V = V_g = \frac{\Delta}{2e}$. Резкое уменьшение тока при нормированном щелевом напряжении $eV_g/\Delta \approx 2$ усл. ед. наблюдается и в нашем случае, однако величина тока равняется нулю только при интервале $0 \leq eV/\Delta < 1$ усл. ед., т.е.

при $eV < \Delta$. При уменьшении значения сверхпроводящей щели Δ от 0,9 до 0,1 в рассматриваемом диапазоне $eV/\Delta < 1$ усл. ед. обнуления тока не происходит, а ВАХ приближается к классической омической зависимости $I(V) = \frac{V}{R}$ (это объясняется уменьшением концентрации куперовских пар $n_s \downarrow$ и увеличением концентрации «нормальных» квазичастиц (электронов) $n_n \uparrow$ в массивном сверхпроводнике, составляющем джозефсоновский переход).

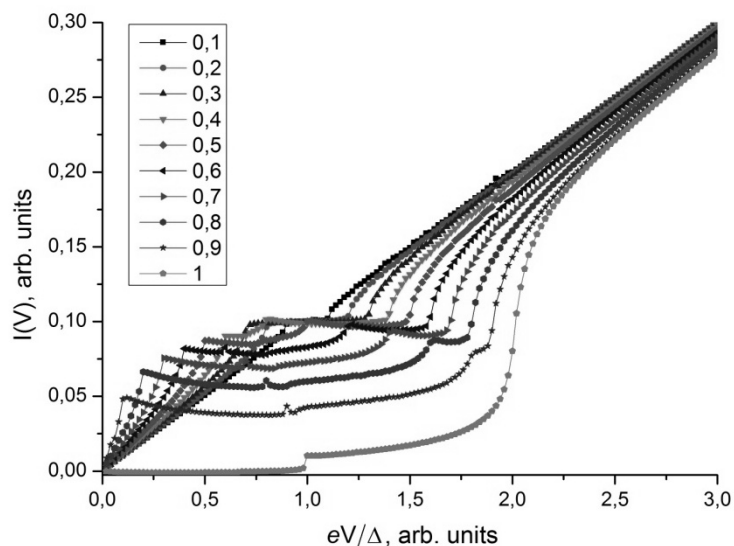


Рисунок 4. Эволюция вольт-амперной характеристики сверхпроводящего туннельного перехода при различных значениях энергетической щели ($\Delta = 0,1 \div 1$ усл. ед.)

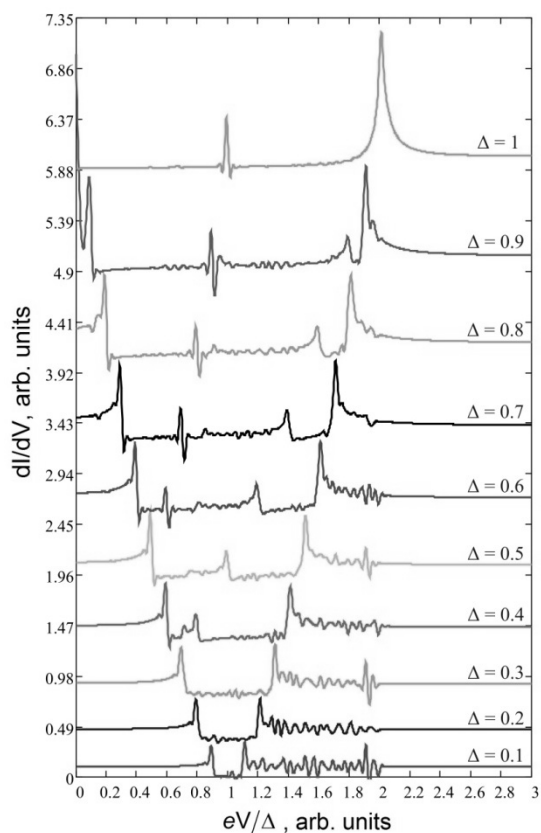


Рисунок 5. dI/dV -Спектры динамической проводимости сверхпроводящего туннельного перехода при различных значениях энергетической щели ($\Delta = 0,1 \div 1$ усл. ед.) (для удобства сравнения спектры сдвинуты по ординате)

В [17] рассмотрена работа смесителя для приемников миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов длин волн на основе сверхпроводящего туннельного SIS-перехода из Pb(In). В случае, когда на SIS-переход (Pb(In)-junction) не влияет внешнее напряжение $V_{ext} = 0$, ВАХ перехода удовлетворительно описывается формулой (4) с учетом относительной высоты барьера $h_b = 3$ ($D = 0,1$) (кривая *a*, рис. 6). Отметим, что присутствие внешнего напряжения (воздействующего сигнала частотой 115 ГГц) различного номинала приводит к сглаживанию вертикального составляющего ВАХ (кривые *b, c, d*, рис. 6).

На рисунке 7 приведены экспериментальные кривые SIS-смесителя, состоящего из 14 туннельных переходов на основе Pb сплава, при частоте 115 ГГц [18]. При отсутствии внешнего воздействия (кривая *a*, рис. 7) ВАХ SIS-перехода хорошо описывается в рамках рассматриваемой модели.

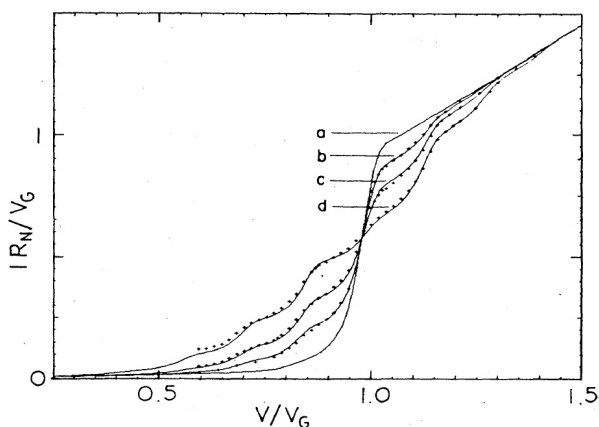


Рисунок 6. Экспериментальные ВАХ туннельного SIS-перехода Pb(In)-junction [17]

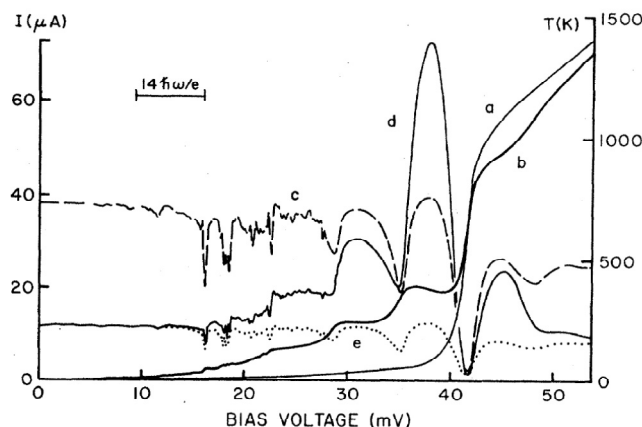


Рисунок 7. Экспериментальные кривые SIS-смесителя при частоте 115 ГГц с использованием 14 туннельных переходов из Pb сплава [18]

На рисунке 5 представлены $dI(V)/dV$ -спектры динамической проводимости сверхпроводящего туннельного перехода. Для удобства сравнения спектры динамической проводимости сдвинуты по оси $dI(V)/dV$ на 0,36 усл. ед. (кривая $\Delta = 0,2$), 0,8 усл. ед. ($\Delta = 0,3$), 1,35 усл. ед. ($\Delta = 0,4$), 1,95 усл. ед. ($\Delta = 0,5$), 2,6 усл. ед. ($\Delta = 0,6$), 3,3 усл. ед. ($\Delta = 0,7$), 4,1 усл. ед. ($\Delta = 0,8$), 4,94 усл. ед. ($\Delta = 0,9$), 5,9 усл. ед. ($\Delta = 1$). Основные пики (по амплитуде) $dI(V)/dV$ -спектров появляются при значении Δ симметрично относительно нормированного напряжения $eV/\Delta = 1$ усл. ед., т.е. для случая $\Delta = 1$ основные пики наблюдаются при eV/Δ , равным 0 и 2; для $\Delta = 0,9$ — при eV/Δ , равным 0,1 и 1,9; для $\Delta = 0,8$ — при eV/Δ , равным 0,2 и 1,8 и т.д. С ослаблением параметра Δ амплитуды $dI(V)/dV$ -спектров уменьшаются и при $\Delta \rightarrow 0$ «сглаживаются». Помимо основных пиков, на $dI(V)/dV$ -спектрах появляются дополнительные пики с малой амплитудой (по сравнению с амплитудой основных пиков). Для случая $\Delta = 1$ дополнительный пик наблюдается при $eV/\Delta = 1$. Для $\Delta = 0,9 \div 0,5$ усл. ед. пики с малой амплитудой наблюдаются при $eV = \Delta$ и $eV = 2\Delta$, например, для случая $\Delta = 0,9$ дополнительные пики появляются при eV , равным 0,9 и 1,8 усл. ед., для $\Delta = 0,8$ — при eV , равным 0,8 и 1,6 усл. ед. и т.д.

Заключение

Таким образом, в данной работе рассчитаны вольт-амперные характеристики и $dI(V)/dV$ -спектры дифференциальной проводимости сверхпроводящих туннельных переходов с прозрачностью $D = 0,1$ усл. ед. (при относительной высоте барьера $h_b = 3$) с применением метода матрицы рассеяния. Показано, что основной вклад в ток вносят туннелирующие сверхпроводящие электроны (куперовские пары), а вероятность наблюдения андреевского отражения мала из-за низкой

прозрачности барьера. Приведены эволюция вольт-амперных характеристик и $dI(V)/dV$ -спектры дифференциальной проводимости джозефсоновского перехода с изменением параметра порядка от 0,1 до 1 усл. ед. Полученные результаты удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными и могут быть полезными для расчетов элементов сверхчувствительных приемных устройств миллиметрового и субмиллиметрового диапазона длин волн на джозефсоновских туннельных переходах.

Список литературы

- 1 Karpov A., Blondel J., Dmitriev P., Koshelets V. A Broad Band Low Noise SIS Radiometer // IEEE Trans. on Appl. Supercond. — 1999. — Vol. 9. — No. 2. — P. 4225–4228.
- 2 Suzuki M., Watanabe T., Matsuda A. Interlayer Tunneling Spectroscopy for Slightly Overdoped $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ // Phys. Rev. Lett. — 1999. — Vol. 82. — No. 26. — P. 5361–5364.
- 3 Tucker J.R., Feldman M.J. Quantum detection at millimeter wavelengths // Rev. Mod. Phys. — 1985. — Vol. 57. — No. 4. — P. 1055–1113.
- 4 Лухарев К.К. Введение в динамику джозефсоновских переходов. — М.: Наука, 1985. — 320 с.
- 5 Barone A., Paterno G. Physics and Applications of the Josephson Effect. — New York: Wiley & Sons, 1982. — 639 p.
- 6 Сергеев Д.М. Ангармонизм сверхпроводящего тока в джозефсоновских структурах. — Актөбе, 2013. — 175 с.
- 7 Сергеев Д.М., Шункеев К.Ш. Моделирование вольтамперной характеристики джозефсоновского перехода // Вестн. Караганд. ун-та. Сер. Физика. — 2008. — № 1 (49). — С. 33–37.
- 8 Landauer R. Residual Resistivity Dipoles // Z. Phys. B. — 1975. — Vol. 21. — P. 247–254.
- 9 Buttiker M. Scattering theory of thermal and excess noise in open conductors // Phys. Rev. Lett. — 1990. — Vol. 65. — No. 23. — P. 2901–2904.
- 10 Buttiker M. Scattering theory of current and intensity noise correlations in conductors and wave guides // Phys. Rev. B. — 1992. — Vol. 46. — No. 19. — P. 12485–12507.
- 11 Buttiker M. Capacitance, admittance, and rectification properties of small conductors // J. Phys. Condensed Matter. — 1993. — Vol. 5. — P. 9361–9378.
- 12 Лесовик Г.Б., Садовский И.А. Описание квантового электронного транспорта с помощью матрицы рассеяния // УФН. — 2011. — Т. 181. — С. 1041.
- 13 Сергеев Д.М., Кузьмичев С.А., Аймаганбетова З.К., Шункеев К.Ш. Моделирование динамической проводимости баллистических контактов на основе сверхпроводников со слабоосциллирующим параметром порядка в диапазоне энергии 60–100 meV в режиме высокой прозрачности // Известия НАН РК. Серия физ.-мат. — 2015. — Т. 2. — № 300. — С. 116–123.
- 14 Blonder G.E., Tinkham M., Klapwijk T.M. Transition from metallic to tunneling regimes in superconducting microconstrictions: Excess current, charge imbalance, and supercurrent conversion // Phys. Rev. B. — 1982. — Vol. 25. — P. 4515–4532.
- 15 Averin D., Bardas A. ac Josephson Effect in Single Quantum Channel // Phys. Rev. Lett. — 1995. — Vol. 75. — P. 1831–1834.
- 16 Bardeen J., Cooper L.N., Schrieffer J.R. Theory of Superconductivity // Phys. Rev. — 1957. — Vol. 108. — P. 1175–1204.
- 17 Phillips T.G., Dolan G.J. SIS mixers // Physica B+C. — 1982. — Vol. 109–110. — P. 2010–2019.
- 18 Kerr A.R., Pan S.-K., Feldman M.J., Davidson A. Infinite available gain in a 115 GHz SIS mixer // Physica B+C. — 1981. — Vol. 108. — P. 1369–1370.

Д.М.Сергеев, И.Н.Балмұхан

Барьердің салыстырмалы биіктігі $h_b = 3$ тең асқын өткізгіш туннельдік ауысымның шашырау матрицасы негізінде вольт-амперлік сипаттамасын есептеу туралы

Кванттық транспорттық құбылыстар теориясы аясында шашырау матрицасы әдісін қолдану арқылы барьердің салыстырмалы биіктігі $h_b = 3$ тең асқын өткізгіш туннельдік ауысымның вольтамперлік сипаттамасы мен дифференциалды өткізгіштің $dI(V)/dV$ -спектрлері есептелген. Асқын өткізгіш саңылауы (реттелу параметрі) $0,1 \div 1$ ш. б. аралығында өзгергендегі Джозефсон ауысымының транспорттық сипаттамаларының эволюциясы көрсетілген. Қарастырылған жағдайда барьердің мөлдірлігі тұрақты болғандықтан ($D = 0,1$), ауысымға температураның әсер етуі массивті асқын өткізгіштің реттелу параметрін $0,1 \div 1$ ш. б. аралығында өзгерту арқылы модельді зерттелген.

About calculation of the current-voltage characteristics of the superconducting tunnel junction based on a scattering matrix at a relative barrier height $h_b = 3$

Within the framework of the theory of quantum transport phenomena using the method of a scattering matrix were calculated current-voltage characteristics and $dI(V)/dV$ -differential conductivity spectra of superconducting tunnel junctions at a relative barrier height $h_b = 3$. The evolution of the transport characteristics of a Josephson junction with a change in the superconducting gap (the order parameter) from $0,1 \div 1$ arb. units was shown. In this case, the effect of temperature on the transition was studied theoretically by varying of the order parameter value of a massive superconductor in a range of $0,1 \div 1$ arb. units, because the relative transparency of the transition barrier is constant ($D = 0,1$).

References

- 1 Karpov A., Blondel J., Dmitriev P., Koshelets V. *IEEE Trans. on Appl. Supercond.*, 1999, 9, 2, p. 4225–4228.
- 2 Suzuki M., Watanabe T., Matsuda A. *Phys. Rev. Lett.*, 1999, 82, 26, p. 5361–5364.
- 3 Tucker J.R., Feldman M.J. *Rev. Mod. Phys.*, 1985, 57, 4, p. 1055–1113.
- 4 Likharev K.K. *Introduction to the dynamics of Josephson junctions*, Moscow: Nauka, 1985, 320 p.
- 5 Barone A., Paterno G. *Physics and Applications of the Josephson Effect*, New York: Wiley & Sons, 1982, 639 p.
- 6 Sergeyev D.M. *Anharmonicity superconducting current in Josephson structures*, Aktobe, 2013, 175 p.
- 7 Sergeyev D.M., Shunkeyev K.Sh. *Vestnik of KarSU. Seriya Fizika*, 2008, 1 (49), p. 33–37.
- 8 Landauer R. *Z. Phys. B*, 1975, 21, p. 247–254.
- 9 Buttiker M. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, 65, 23, p. 2901–2904.
- 10 Buttiker M. *Phys. Rev. B*, 1992, 46, 19, p. 12485–12507.
- 11 Buttiker M. *J. Phys. Condensed Matter.*, 1993, 5, p. 9361–9378.
- 12 Lesovik G.B., Sadovskyy I.A. *Successes of physical sciences*, 2011, 181, p. 1041.
- 13 Sergeyev D.M., Kuzmichev S.A., Aimaganbetova Z.K., Shunkeyev K.Sh. *News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physico-Mathematical Series*, 2015, 2, 300, p. 116–123.
- 14 Blonder G.E., Tinkham M., Klapwijk T.M. *Phys. Rev. B*, 1982, 25, p. 4515–4532.
- 15 Averin D., Bardas A. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, 75, p. 1831–1834.
- 16 Bardeen J., Cooper L.N., Schrieffer J.R. *Phys. Rev.*, 1957, 108, p. 1175–1204.
- 17 Phillips T.G., Dolan G.J. *Physica B+C*, 1982, 109–110, p. 2010–2019.
- 18 Kerr A.R., Pan S.-K., Feldman M.J., Davidson A. *Physica B+C*, 1981, 108, p. 1369–1370.